

**AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DAS INSTITUIÇÕES PÚBLICAS DE ENSINO
MÉDIO DO DISTRITO FEDERAL - UMA APLICAÇÃO DA ANÁLISE
ENVOLTÓRIA DE DADOS (DEA)**

Eduardo Silva Leite
Marcelo Estrela Fiche

RESUMO

A presente monografia propõe a utilização da metodologia da Análise Envoltória de Dados (DEA) como forma de mensurar a eficiência educacional das Instituições Públicas de Ensino Médio do Distrito Federal. A metodologia DEA é uma técnica não paramétrica de programação matemática que constrói fronteiras de produção formada por unidades produtivas (DMUs) que utilizam processos tecnológicos parecidos para transformar inúmeros insumos em inúmeros produtos. As fronteiras são utilizadas para avaliar a eficiência das DMUs e podem servir como referência para que uma unidade produtiva ineficiente estabeleça metas com o intuito de atingir o nível de eficiência. A DEA foi criada com o intuito avaliar a eficiência de organizações onde as atividades não visam lucros ou para as quais não existem preços para todos os insumos e/ou produtos. Por este motivo a DEA através dos anos se firmou como um dos principais métodos utilizados por aqueles que buscam mensurar a eficiência das instituições públicas.

Palavras-chave: Educação, Eficiência, Análise Envoltória de Dados

ABSTRACT

The present monograph proposes the use of the Data Envelopment Analysis (DEA) methodology as a way to measure the educational efficiency of the public educational institutions of the Federal District. The DEA methodology is a nonparametric mathematical programming technique that constructs production boundaries formed by productive units (DMUs) that use similar technological processes to transform innumerable inputs into numerous products. The boundaries are used to assess the efficiency of DMUs and can serve as a reference for an inefficient production unit to set targets in order to achieve efficiency. The DEA was created with the purpose of evaluating the efficiency of organizations where the activities do not aim at profits or for which there are no prices for all inputs and / or products. For this reason, the DEA over the years has established itself as one of the main methods used by those who seek to measure the efficiency of public institutions.

Keywords: Education, Efficiency, Data Envelopment Analysis

Lista de Tabelas

Tabela 1 - Instituições Públicas de Ensino Médio do Distrito Federal	19
Tabela 2 - <i>Scores</i> de Eficiência Educacional das Instituições Públicas de Ensino Médio (IPEM) do Distrito Federal Sob o Modelo NDEA-SBM-VRS	24

Lista de Quadros

Quadro 1: Vantagens e Desvantagens da Utilização do Método DEA	13
Quadro 2 – Variáveis Utilizadas no Modelo	21
Quadro 3 - Adequação da Formação Docente	22
Quadro 4: Esforço do Docente	23

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
2	REVISÃO DE LITERATURA	10
2.1.	CONCEITO DE EFICIÊNCIA	10
2.1.1.	Eficiência técnica, puramente técnica e de escala	11
2.1.2.	Eficiência escolar	12
2.2.	ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS (DEA)	12
2.2.1.	Modelo CCR	15
2.2.2.	Modelo BCC	17
3	METODOLOGIA	18
3.1.	CONSTRUÇÃO DA FRONTEIRA DE EFICIÊNCIA EDUCACIONAL ATRAVÉS MODELAGEM NETWORK DEA SBM (NDEA-SBM).	18
3.2.	FONTE DE DADOS	20
3.3.	SELEÇÃO DAS DMU's	21
3.4.	DEFINIÇÃO DOS <i>INPUTS</i> E <i>OUTPUTS</i> DO MODELO NDEA-SBM	23
3.4.1.	<i>Outputs</i>	24
3.4.2.	<i>Inputs</i>	25
4	RESULTADOS	27
5	CONCLUSÕES	32
6	REFERÊNCIAS	33

1 INTRODUÇÃO.

Fornecer uma educação de qualidade e eficiente e uma das maiores preocupações da política educacional brasileira. Para tanto que em 2014 foi aprovado o texto da lei nº13.005/2014 que estabelece o Plano Nacional da Educação que tem a finalidade de direcionar esforços e investimentos para a melhoria da qualidade da educação no país. (BRASIL, 2014).

Nas ultimas uma década e meia, o país conquistou importantes melhorias nos indicadores educacionais, tais como: aumento da média de escolaridade da população que passou de 6 anos em 2001 para 7,8 anos em 2014 segundo a Pnad/IBGE, diminuição da taxa de evasão escolar saiu de 10,3% no ensino médio em 2001 para 7,6% em 2014 de acordo com MEC/INEP/DTDIE e expansão da cobertura da rede básica de ensino que atingia 87,7% das crianças e jovens entre 4 e 17 anos no ano de 2001 e passou a atingir 93,6% das crianças e jovens entre 4 e 17 anos no ano de 2014 segundo IBGE/Pnad .

Porém mesmo com a melhora nos indicadores educacionais e sociais, a confrontação com o mercado de trabalho e com provas e exames internacionais atestaram que o nível da formação dos estudantes brasileiros está muito abaixo daquela observada nos países desenvolvidos. No ranking mundial da educação 2015, divulgado em 2015 pela da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), dentre os 76 países analisados o Brasil ficou na 60° posição, já no ranking divulgado em 2016 pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (*Pisa*, na sigla em inglês) o Brasil ficou na 66° posição na área de Matemática dentre as 70 nações avaliadas.

Diante disso surgem questionamentos sobre a eficiência do estado em prover os serviços de educação. A alocação dos recursos é uma importante tarefa desempenhada pelo estado e pela sociedade. E por esse motivo é preciso que os agentes desenvolvam formas de alocar esses recursos de tal maneira que possa ser obtido o máximo benefício social. E quando tratamos de educação essas restrições são reforçadas, pois os benefícios oriundos de um sistema educacional eficiente tendem acelerar a obtenção do nível de bem-estar social.

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

Portanto este trabalho busca demonstra como metodologias conceituadas de análise de eficiência poderiam ser utilizadas para avaliar a eficiência das escolas públicas distritais da capital federal brasileira em prover educação de nível médio para os estudantes que irão ingressar no mundo da academia superior e no mercado de trabalho. Para essa demonstração será utilizado o método da Análise Envoltória de Dados (DEA), que é um método não paramétrico de programação matemática que possibilita observar as escolas que atuam melhor em termos de custo-oportunidade, revelando aqueles que possuem mais eficiência no processo de formação dos alunos. Os fatores que pesam na escolha do Distrito federal é a disponibilidade de dados no nível censitário e o fato de que os profissionais da educação da rede estadual e ensino o distrito federal ganharem uma das melhores remunerações média do país segundo dados fornecidos pelo indicador de remuneração dos decentes para o ano de 2014 pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

Este trabalho está dividido em seis partes sendo que a primeira é a Introdução que foi exposta nesta seção. A segunda seção destina-se a Revisão de Literatura onde é exposto os conceitos de eficiência, eficiência na educação e história e aplicação da metodologia DEA na avaliação da eficiência. Já a terceira parte trata das questões metodológicas onde é apresentado modelo que será empregado para o cálculo da eficiência, bem como as variáveis utilizadas. A quarta parte é destinada a exposição dos resultados obtidos através da metodologia proposta. A quinta parte se destina as conclusões do trabalho. E por fim a sexta parte tem-se o referencial teórico utilizados nessa obra.

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

2 REVISÃO DE LITERATURA.

2.1. CONCEITO DE EFICIÊNCIA.

De forma ampla, podemos relacionar o conceito de eficiência a alocação de recursos de maneira a obter a melhor relação custo-benefício entre os resultados esperados e os insumos utilizados para obtê-los. A eficiência está ancorada na análise de produtividade e de custo, de forma que as firmas com maior produtividade/eficiência são aquelas que conseguem obter os menores custos de produção (FORGIA; COUTTOLENC, 2009).

A teoria classifica a eficiência de duas formas: eficiência técnica e eficiência alocativa. A eficiência técnica pode ser entendida como o uso de insumos de forma que não haja desperdícios, visando obter o maior nível possível de produção. Sendo assim, uma unidade de produção é considerada eficiente se esta consegue alcançar o máximo de produção de um bem dada uma quantidade estipulada de insumos (FORGIA; COUTTOLENC, 2009).

A eficiência alocativa é obtida por meio da combinação de insumos de maneira a minimizar os custos de produção ou maximizar o lucro obtido. Sendo assim em um processo produtivo, a eficiência alocativa só será alcançada se os insumos usados na produção forem empregados da melhor forma possível, o que irá contribuir para obtenção da igualdade entre o preço do produto e o seu custo marginal de produção.

Nesta obra, os conceitos de eficiência que serão utilizados serão aqueles que dizem respeito a eficiência produtiva, técnica e de escala, que fazem alusão a Fronteira de Possibilidade de Produção e à relação existente entre o tamanho da firma, insumos e produtos.

2.1.1. Eficiência técnica, puramente técnica e de escala.

A eficiência produtiva pode ser dividida em duas classes: técnica e alocativa. A eficiência técnica possibilita que a análise seja realizada sob a ótica do produto. Por outro

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

lado, a eficiência alocativa verifica se os recursos estão sendo utilizados de forma economicamente ótima (LOVELL, 1993).

A definição formal de eficiência técnica se dá através de Koopmans (1951), nas seguintes situações: (a) um aumento em qualquer produto requer a redução da quantidade produzida de pelo menos um dos produtos ou a utilização de pelo menos mais uma unidade de algum insumo; (b) ou que uma redução em qualquer insumo requer um aumento na quantidade empregada de pelo menos um outro insumo ou a redução de algum produto. Sendo dois os fatores que explicam o fato de uma firma não operar em eficiência técnica: falhas puramente técnicas e/ou problemas de escala de produção. Desta maneira a eficiência técnica pode ser dividida em eficiência puramente técnica e eficiência de escala.

Portanto, o conceito de eficiência técnica está associado à produtividade dos insumos, sendo utilizada para medir quão bem uma unidade produtiva relaciona seus insumos para produzir determinado produto, sendo comparado com o comportamento ideal ou potencial representado pela Fronteira de Possibilidades de Produção (FPP). Então para que uma unidade de produção possa ser considerada eficiente esta precisará estar localizada na FPP.

2.1.2. Eficiência escolar.

A concepção de eficiência escolar pode ser entendida como a capacidade de um sistema educacional em conseguir produzir um efeito real na melhora do rendimento escolar, minimizando os erros, tempo e dinheiro. O uso do termo é mais comum nos campos da Administração e da Economia, pois é quando o termo eficiência passa a ser associado à produtividade econômica.

De acordo com De Ketele e Sall (1997, p. 127), sobre a ótica dos economistas, que levam em conta os efeitos do nível educacional sobre o desenvolvimento econômico de uma nação, a produtividade total dos fatores e a relação dos recursos utilizados possibilitam determinar o nível de eficiência de um sistema educativo. Segundo essa visão, a eficiência de um sistema educacional se baseia na relação entre as saídas e os efeitos identificados na entrada em função dos recursos utilizados.

Em outra visão Legendre (1993, p.476) diz que o termo representa a relação entre o que é alcançado (*outputs*), e os meios utilizados (*inputs*), em função do que se sugere. Em sentido mais estreito, a eficiência escolar pode, portanto, ser entendida como a relação entre as saídas (*outputs*) do sistema escolar (quantidade alunos formados) e os recursos financeiro, físicos e humanos (*inputs*) utilizados para sua obtenção.

2.2. ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS (DEA).

A análise envoltória de dados ou DEA (*Data Envelopment Analysis* no inglês) foi apresentada inicialmente em 1978 na obra “*Measuring the efficiency of decision making units*” de autoria de Abraham Charnes, Willian W. Cooper e Edwardo Rhodes. Os autores através do uso de programação linear e da generalização dos trabalhos de G. B. Dantzing (1951) e M. J. Farrell (1957), obtiveram êxito na estimação de uma fronteira empírica de produção, o que ninguém havia conseguido até então. Este fato faz com que a obra de Charnes, Cooper e Rhodes (1978) seja considerada seminal para os estudos que envolvem análise envoltória de dados. Como é o caso deste trabalho.

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

O intuito do trabalho apresentado por Charnes, Cooper e Rhodes (1978) era o de medir a eficiência de certos programas educacionais voltados a estudantes de baixa renda, do estado americano do Texas - USA. Tendo em vista o caráter público, e sem fins lucrativos, das instituições analisadas fez-se necessário o desenvolvimento de um método capaz de avaliar variáveis que aparentemente não possuíam nenhum valor de mercado, porém que eram o produto esperado de uma unidade tomadora de decisão (DMU). A DEA surge justamente como resposta a esta necessidade pois a metodologia DEA não exige que o pesquisador insira no modelo dados como os preços dos insumos e dos produtos que farão parte da análise. Desta maneira Charnes et al., (1978) define a Análise Envoltória de dados da seguinte maneira:

[...] modelo de programação matemática aplicada aos dados observados, fornecendo assim uma nova maneira de obter estimativas de relações empíricas, tais como funções de produção e/ou geração de fronteiras de possibilidade de produção, conceitos basilares na economia moderna. (Charnes et al., 1978)

O objetivo básico da Análise Envoltória de Dados é valorar a eficiência das DMU's (*Decision Making Units* ou Unidades Tomadoras de Decisão) em produzir um ou N resultados (*outputs*) dado a utilização de vários insumos (*inputs*). Desta maneira podemos dizer que a DEA objetiva resolver problemas de programação de modo a permitir a construção de uma fronteira de produção empírica formada somente pela combinação linear das DMU's mais eficientes.

O desenvolvimento de um modelo de Análise Envoltória de Dados requer o pressuposto acerca das técnicas que serão adotadas, tais como: definir o tipo de retornos de escala e definir qual será a orientação do modelo. Comumente, são adotados retornos constante de escala e modelos deste tipo são denominados por modelo CCR. Este modelo faz referência ao primeiro modelo desenvolvido em 1978 por Charnes, Cooper e Rhodes, o qual considera a hipótese de retornos constantes de escala e foi batizado com o nome CCR em homenagem aos autores (Charnes, Cooper e Rhodes). O modelo concebido inicialmente era orientado a *inputs* (insumos) e tinha retornos constantes de escala, em

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

outras palavras podemos dizer que qualquer variação nos insumos (*inputs*) gera uma variação de mesma intensidade nos *outputs* (produtos). E de acordo com Biondi Neto (2001, p.51):

A característica essencial do modelo CCR é a redução de múltiplos produtos e múltiplos insumos (para cada DMU) para um único produto ‘virtual’ e um único insumo ‘virtual’. Para uma DMU, a razão entre esse produto virtual e o insumo virtual fornece uma medida de eficiência que é função dos multiplicadores. Essa proporção, que será maximizada, forma a função-objetivo para a DMU “O” sendo avaliada. (Charnes et al,1996, p. 40).

Em 1984 a partir da publicação do artigo de Banker, Charnes e Cooper foi possível assumir a hipótese de retornos variáveis de escala aos modelos de Análise Envoltória de Dados através do modelo BCC, que recebeu esse nome em homenagem aos autores. O modelo BCC desconsidera o pressuposto do modelo CCR da proporcionalidade entre *inputs* e *outputs*, fato que permite que Unidades Tomadoras de Decisão (DMU’s) que operam com valores baixos de *inputs* alcancem retornos crescentes de escala, enquanto que DMU’s que operam com altos valores tenham retornos decrescentes (CORREIA et al., 2011).

A única diferença presente nos modelos CCR e BCC é o fator de escala que está presente no modelo BCC. Analisando o modelo CCR, que assume retornos constante de escala, o índice de eficiência produtiva constata a ineficiência técnica, porém este acaba também incorporando possíveis efeitos relacionados ao porte inadequado de uma ou mais DMU’s. Por sua vez o modelo BCC, ao considerar o fator de escala, possibilita isolar o componente da ineficiência técnica que se refere a ineficiência produtiva no sentido estritamente técnico daquela parcela que deriva de um porte de produção inapropriado.

De acordo com (SOUZA e WILHELM, 2009), e levando em consideração a modelagem DEA, a resposta esperada para o problema de programação linear objetiva projetar as DMU’s que são tecnicamente ineficientes até o conjunto onde serão tecnicamente eficientes. E para atingir tal objetivo um passo que se faz necessário é a

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

definição de qual será a orientação dessa projeção. Uma projeção pode ser orientada ao produto (*output-oriented*) ou pode ser orientada para o insumo (*input-oriented*) conforme abordado por Becker, Lunardi e Maçada (2003). O conceito de orientação do modelo deriva do problema de maximização da eficiência, e existem duas maneiras para resolvê-lo: a primeira consiste na redução das despesas, porém mantendo-se o mesmo nível de produção - *input-oriented* - e/ou a segunda onde se aumenta o nível de produção, mas mantêm-se fixos os níveis de insumos - *output-oriented*.

Desde sua concepção em 1978 até os dias atuais o método da DEA evoluiu de maneira relevante. Aperfeiçoamentos como os que permitiram a entrada de insumos e fatores exógenos na análise, fato que sanou uma das principais críticas ao modelo, e trabalhos como os de Fried & Lovell (1996) e Fried et al. (1999; 2002), que possibilitaram identificar e isolar os efeitos das variáveis exógenas na eficiência das unidades produtivas - DMU's, fizeram com que a Análise Envoltória de Dados se torna um dos métodos mais utilizados para avaliação da eficiência. Outro fator que pesa a favor da utilização da metodologia DEA é o fato da não exigência do conhecimento dos valores de preço dos produtos (*outputs*) e insumos (*inputs*), dada sua característica não-paramétrica, fato comumente observado no serviço público.

Visando elucidar as vantagens e desvantagens sobre a utilização da Metodologia DEA foi elaborado o Quadro 1 abaixo a partir das ideias de Sousa & Schwengber (2005):

Quadro 1: Vantagens e Desvantagens da Utilização do Método DEA

Vantagens	Desvantagens
A não exigência de especificação de uma forma funcional para relacionar <i>inputs</i> e <i>outputs</i> no processo;	Não considera o problema decorrente da influência dos fatores estocásticos ou dos erros de medida sobre os resultados do modelo;
Necessita apenas das hipóteses restritivas de livre disponibilidade e convexidade;	Os resultados possuem forte sensibilidade à inclusão de novos <i>inputs</i> e/ou <i>outputs</i> bem com a exclusão de algum <i>input</i> e/ou <i>output</i> e possui também forte sensibilidade ao fator <i>outlier</i> .

Aceita análise com múltiplos outputs e <i>inputs</i> ;	O resultado do modelo pode ser comprometido pelo tratamento homogêneo entre si que é atribuído os <i>inputs</i> e <i>outputs</i> .
Admite que a maximização da eficiência se dê tanto no sentido dos produtos (<i>output-oriented</i>), quanto no sentido dos insumos (<i>input-oriented</i>).	Possibilidade de indicação de falsos resultados acerca da competência gerencial das DMU's, dado que o modelo não leva em consideração as diferenças contidas no ambiente externo as DMU's.

Fonte: Elaborado com base em Sousa & Schwengber (2005)

2.2.1. Modelo CCR.

Como mencionado anteriormente o modelo CCR originou-se do trabalho apresentado por Charnes, Cooper e Rhodes em 1978. O modelo CCR Objetiva encontra a eficiência de uma Unidade Tomadora de Decisão (DMU) através de um problema de programação Não-Linear (PPNL) usando o seguinte modelo:

$$\text{máx } h_0 = \frac{\sum_{j=1}^s u_j Y_{j0}}{\sum_{i=1}^r v_i X_{i0}} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\frac{\sum_{j=1}^s u_j Y_{jk}}{\sum_{i=1}^r v_i X_{ik}} \leq 1, k = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$u_i, v_i \geq 0, \forall j, i \quad (3)$$

Onde:

h_0 = eficiência da DMU zero

r = número total de *inputs*

s = número total de *outputs*

n = número total de DMU's

Y_{jk} = número de *output* j para a DMU_k

X_{ik} = número de *input* i para a DMU_k

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

u_j = peso do *output* j

v_i = peso do *input* i

Y_{i0} = valor do *output* j para a DMU_0

X_{i0} = valor do *input* i para a DMU_0

A partir da necessidade de mensurar os valores para os pesos de u_j e v_i de forma que maximizar:

$$Eficiência(\theta) = \frac{\text{soma ponderada dos outputs}}{\text{soma ponderada dos inputs}} \quad (4)$$

Originou-se o modelo de programação linear conhecido como modelo dos multiplicadores, como apontado por (Lins e Ângulo-Meza, 2000, p. 11). O modelo dos multiplicadores é exposto da seguinte forma:

$$Máx h_0 = \sum_{j=1}^s u_j Y_{j0} \quad (5)$$

Sujeito a:

$$Máx h_0 = \sum_{j=1}^s u_j Y_{j0} \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^s u_j Y_{j0} - \sum_{j=1}^s v_i X_{ik} \leq 0, k = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

$$u_i, v_i \geq 0, \forall j, i \quad (8)$$

De acordo com Segundo Biondi Neto (2001, p. 58):

É possível derivar o dual do modelo dos multiplicadores (primal). Assim, o dual apresentará uma menor quantidade de restrições ($s + r < n + 1$), pois o modelo DEA exige que o número de DMUs seja maior que o número de variáveis. Pelas razões expostas e por ter solução computacional mais simples, o modelo dual, denominado Envelope, tem preferência sobre o dos Multiplicadores. (BIONDI NETO, 2001, p. 58).

Desta forma a definição do modelo de Envelope segue a seguinte formulação

$$\text{Min}\theta \quad (9)$$

Sujeito a:

$$-Y_{j0} + \sum_{k=1}^n Y_{jk} \lambda_k \geq 0, j = 1, \dots, s \quad (10)$$

$$\theta X_{i0} - \sum_{k=1}^n X_{ik} \lambda_k \geq 0, i = 1, \dots, r \quad (11)$$

$$\lambda_k \geq 0, \forall k \quad (12)$$

2.2.2. Modelo BCC.

O modelo BCC, como já mencionado, foi elaborado em 1984 por Banker, Charnes e Cooper. Este método permite utilizar retornos variáveis de escala e procura evitar problemas decorrentes de situações onde existe concorrência imperfeita. O modelo de BCC é muito utilizado quando se identifica retornos variáveis de escala, podendo ser eles crescentes, decrescentes ou até mesmo constantes. Na modelagem do BCC a orientação escolhida é o que define os *scores* de eficiência. Para o caso de tentarmos maximizar h_1 , a formulação do modelo será a seguinte:

$$\text{Máx} h_0 = \sum_{r=1}^s u_r Y_{r0} + w \quad (13)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^m v_i X_{i0} \leq 1 \quad (14)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} + w \leq, \text{para todo } j = 1, 2, \dots, n \quad (15)$$

$$-u_r \leq -e, r = 1, 2, \dots, s \quad (16)$$

$$-v_i \leq -e, i = 1, 2, \dots, m \quad (17)$$

O BCC em sua forma dual, visa minimizar h_0 através da seguinte formulação:

$$\text{Min} h_0 = \theta - \varepsilon \sum_{r=1}^s s_r - \varepsilon \sum_{i=1}^m e_i \quad (18)$$

Sujeito a:

$$X_{i0} \theta - e_i - \sum_{j=1}^n X_{ij} \lambda_j = 0, \text{para todo } i = 1, 2, \dots, m \quad (19)$$

$$-s_r + \varepsilon \sum_{j=1}^n Y_{rj} \lambda_j = Y_{r0}, \text{para todo } r = 1, 2, \dots, s \quad (20)$$

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad (21)$$

$$\lambda_j > 0, \text{ para todo } j = 1, 2, \dots, n \quad (22)$$

$$s_j > 0, \text{ para todo } r = 1, 2, \dots, n \quad (23)$$

$$e_j > 0, \text{ para todo } i = 1, 2, \dots, n \quad (24)$$

Através desta formulação é possível observar a eficiência das unidades produtivas (DMU's) possibilitando assim a construção da fronteira de produção a partir das DMU's que chegarem ao máximo da produtividade (benchmarks).

3 METODOLOGIA

3.1. CONSTRUÇÃO DA FRONTEIRA DE EFICIÊNCIA EDUCACIONAL ATRAVÉS DA MODELAGEM NETWORK DEA SBM (NDEA-SBM).

Para medir o nível de eficiência das Instituições Públicas de Ensino Médio (IPEM) do Distrito federal escolheu-se utilizar o modelo NDEA-SBM com folgas, que foi elaborado por Tone e Tsutsui (2009). O modelo NDEA-SBM pode ser representado da seguinte maneira:

Assuma n DMUs ($j=1, \dots, n$) onde cada uma está conduzindo um processo produtivo com K ($k=1, \dots, K$) estágios. Sendo m_k o número de entradas e r_k o número de saídas do estágio k . O elo do estágio k ao estágio h é definido por (k, h) e o conjunto de elos denotado por L . Os dados observado são:

$\{x_j^k \in R_+^{m_k}\}, (j=1, \dots, n; k=1, \dots, K)$ – entradas exógenas da DMU $_j$ no estágio k ;

$\{y_j^k \in R_+^{r_k}\}, (j=1, \dots, n; k=1, \dots, K)$ – saídas finais da DMU $_j$ no estágio k ; e

$\{z_j^{(k,h)} \in R_+^{t(k,h)}\}, (j=1, \dots, n; (k, h) \in L)$ – produtos intermediário da DMU $_j$ do estágio k para o estágio h , no qual $t_{(k,h)}$ é a quantidade de *outputs* no elo (k, h) .

O conjunto de possibilidades de produção (PPS, do inglês *Production Possibility Set*) $\{(X^k, Y^k, Z^{(k,h)})\}$ é denotado por:

$$X^k \geq \sum_{j=1}^n x_j^k \lambda_j^k, (k=1, \dots, K); \quad (25)$$

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

$$Y^k \geq \sum_{j=1}^n y_j^k \lambda_j^k, (k=1, \dots, K); \quad (26)$$

$$Z^{(k,h)} \geq \sum_{j=1}^n z_j^{(k,h)} \lambda_j^k, \forall (k, h) - \text{outputs do estágio } k; \quad (27)$$

$$Z^{(k,h)} \geq \sum_{j=1}^n z_j^{(k,h)} \lambda_j^h, \forall (k, h) - \text{inputs do estágio } h; \quad (28)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^k = 1, \forall k; \quad (29)$$

$$\lambda_j^k \geq 0, \forall (j, k); \quad (30)$$

onde $\lambda^k \in R_+^n$ é o conjunto de vetores de intensidade do estágio k .

O PPS demonstrado anteriormente supõe a hipótese de retornos variáveis de escala (VRS, inglês *Variable Returns-to-Scale*). Uma vez que a abordagem é orientada a *inputs* para toda a rede de processos, organiza-se as saídas intermediárias de modo que elas sejam minimizadas. Os excedentes no valor das saídas intermediárias serão considerados ineficiências para o estágio em que o *output* intermediário é um *input*. Além do mais, haverá restrições para garantir a continuidade de saídas intermediárias entre as fases consecutivas (Tone e Tsutsui, 2009). Para avaliar a eficiência global, orientada a *inputs*, da DMU_o ($o = 1, \dots, n$) resolvemos o seguinte problema de programação linear:

$$\theta_o^* = \min \left[1 - \frac{1}{\sum_{k=1}^K (m_k + \sum_{f \in P_k} t_{(f,k)})} \sum_{k=1}^K \left(\sum_{i=1}^{m_k} \frac{s_{io}^{k-}}{x_{io}^k} + \sum_{f \in P_k} \sum_{l=1}^{t_{(f,k)}} \frac{s_{lo}^{(f,k)-}}{z_{lo}^{(f,k)}} \right) \right] \quad (31)$$

sujeito a:

$$x_o^k = X^k \lambda^k + s_o^{k-}, (k = 1, \dots, K); \quad (32)$$

$$y_o^k = Y^k \lambda^k, (k = 1, \dots, K); \quad (33)$$

$$e \lambda^k = 1, (k = 1, \dots, K); \quad (34)$$

$$\lambda^k \geq 0, s_o^{k-} \geq 0, \forall k; \quad (35)$$

$$z_{lo}^{(f,k)} = Z^{(f,k)} \lambda^k + s_{lo}^{(f,k)-}, \forall (f, k); \quad (36)$$

$$Z^{(f,k)} \lambda^f = Z^{(f,k)} \lambda^k, \forall (f, k); \quad (37)$$

$$s_{lo}^{(f,k)-} \geq 0, \forall (f, k); \quad (38)$$

onde:

$$X^k = (x_1^k, \dots, x_n^k) \in R_+^{m_k \times n}, Y^k = (y_1^k, \dots, y_n^k) \in R_+^{r_k \times n}, Z^k = (z_1^{(k,h)}, \dots, z_n^{(k,h)}) \in$$

$$R_+^{t_{(k,h)} \times n};$$

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

s_o^{k-} - representa os vetores de folga das entradas/saídas;

$s_{lo}^{(f,k)-}$ - corresponde ao vetor de folga dos elos (f, k) como *input* do estágio k;

P_k - representa o conjunto de estágios com $(f, k) \in L$ para um estágio k e

$t_{f,k}$ - corresponde a quantidade de itens naquele elo.

Por definição, é considerada globalmente eficiente uma DMU se $\theta_o^* = 1$. Isso é igual a dizer que todas as folgas são nulas, e sendo que as folgas representam os excessos de entradas ou de *inputs* intermediários que impedem que a DMU seja eficiente. O conjunto de referência que estabelece a eficiência alvo para as DMU's em análise é determinado pelo conjunto de vetores de intensidade $\lambda^k \geq 0$. O método NDEA envolve um conjunto de benchmarks que difere para cada estágio k. Desta forma uma vez que resolvemos o problema de programação linear demonstrado acima e calcularmos os valores ideais para cada conjunto de folgas e os valores para os vetores de intensidade, as eficiências dos K estágios são obtidas por meio da seguinte equação:

$$\theta_o^{*k} = \min \left[1 - \frac{1}{(m_k + \sum_{f \in P_k} t_{f,k})} \sum_{i=1}^K (m_k \frac{s_{lo}^{*k-}}{x_{lo}^k} + \sum_{f \in P_k} \sum_{l=1}^{t_{f,k}} \frac{s_{lo}^{*(f,k)-}}{z_{lo}^{(f,k)}}) \right] \quad (39)$$

A DMU analisada será considerada eficiente no estágio k, se $\theta_o^{*k} = 1$. E uma DMU somente será considerada globalmente eficiente se obtiver $\theta_o^{*k} = 1$ em todos os estágios .

3.2. FONTE DE DADOS.

A informações utilizadas neste trabalho para selecionar as variáveis de *inputs* e *outputs* bem como as DMU's a serem analisadas, foram extraídas dos indicadores educacionais e das notas do Enem, ambas fontes de dados fornecidas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), respectivamente, para o ano de 2015. Os indicadores educacionais são calculados com base nas informações obtidas a partir do Censo Escolar, que é o principal instrumento de coleta de dados sobre a educação básica e consiste no mais importante levantamento de dados estatísticos educacionais brasileiro. É realizado em âmbito nacional por meio da colaboração entre secretarias municipais e estaduais de educação e conta com a

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

participação de todas as escolas públicas e privadas do país. Os Indicadores Educacionais são utilizados principalmente como uma forma de monitorar os sistemas educacionais levando em conta o acesso, a permanência e a aprendizagem dos alunos.

Já o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) é um exame aplicado anualmente para todos os estudantes, da rede pública e/ou privada de ensino, de nível médio. Que fornece resultados que visam auxiliar estudantes, pais, professores, diretores de instituições de ensino e gestores educacionais nas reflexões acerca do aprendizado dos estudantes no ensino médio, podendo servir como base para o estabelecimento de estratégias em benefício da melhoria da qualidade da educação. E quando disponibilizados por escola, os resultados em nível agregado das proficiências médias permitem a análise pela comunidade escolar e pelas famílias dos estudantes, para que dessa forma possa se perceber os avanços e os desafios a serem enfrentados.

3.3. SELEÇÃO DAS DMU's.

Foram selecionadas 88 Instituições Públicas de Ensino Médio do Distrito Federal para a estimação da fronteira de eficiência educacional. Porém somente 82 foram levadas em consideração no cálculo. As escolas excluídas da estimação são: CED ENGENHO DAS LAJES, CED 04 DE BRAZLANDIA, CED FERCAL, CED INCRA 09, CED CASA GRANDE, CED SAO BARTOLOMEU. A exclusão dessas escolas se deu pela falta de dados referentes ao Enem, para o ano de 2015.

Neste trabalho os únicos critérios utilizados para a seleção das DMU's foram, a disponibilidade de dados e que as DMU's tivessem a etapa de ensino de nível médio. Portanto não se fez necessário a separação das escolas em grupos que levasse em conta fatores como: nível socioeconômico, porte da instituição e/ou localização (Urbana, Rural). A Tabela 1 traz a relação da DMU's consideradas na estimação.

Tabela 1 - Instituições Públicas de Ensino Médio do Distrito Federal

DMU's	DMU's
1 - CEM PAULO FREIRE	42 - CEM 03 DE TAGUATINGA

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

2 - CEM ELEFANTE BRANCO	43 - CEM 01 DO NUCLEO BANDEIRANTE
3 - CED GISNO	44 - CEM 417 DE SANTA MARIA
4 - CEM SETOR LESTE	45 - CEM AVE BRANCA
5 - CEM SETOR OESTE	46 - CEM 02 DE CEILANDIA
DMU's	DMU's
6 - CED 06 DE TAGUATINGA	47 - CED 104 DO RECANTO DAS EMAS
7 - CED 07 DE TAGUATINGA	48 - CED 01 DE PLANALTINA
8 - CED INCRA 08	49 - CEM 804 DO RECANTO DAS EMAS
9 - CED IRMA MARIA REGINA VELANES REGIS	50 - CEM 01 DO PARANOIA
10 - CED PROF CARLOS RAMOS MOTA	51 - CED 04 DE SOBRADINHO
11 - CED VARZEAS	52 - CEM ASA NORTE - CEAN
12 - CED 03 DE PLANALTINA	53 - CEM 04 DE CEILANDIA
13 - CED OSORIO BACCHIN	54 - CED 03 DE SOBRADINHO
14 - CED DO PAD-DF	55 - CED 06 DO GAMA
15 - CED AGROURBANO IPE RIACHO FUNDO	56 - CED SAO FRANCISCO
16 - CED 15 DE CEILANDIA	57 - CEM TAGUATINGA NORTE
17 - CED 02 DO GUARA	58 - CED 416 DE SANTA MARIA
18 - CED 01 DO CRUZEIRO	59 - CEM 111 DO RECANTO DAS EMAS
19 - CED 02 DO CRUZEIRO	60 - CED 04 DE TAGUATINGA
20 - CED MYRIAM ERVILHA	61 - CEM 09 DE CEILANDIA
21 - CED DO LAGO	62 - CEM EIT
22 - CEM 01 DE SAO SEBASTIAO	63 - CEM 414 DE SAMAMBAIA
23 - CED DARCY RIBEIRO	64 - CED 619 DE SAMAMBAIA

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

24 - CEM 404 DE SANTA MARIA	65 - CED 02 DE SOBRADINHO
25 - COL MILITAR DOM PEDRO II	66 - CEM 01 DE BRAZLANDIA
26 - CED STELLA DOS CHERUBINS GUIMARAES TROIS	67 - CEM 02 DO GAMA
27 - CED POMPILIO MARQUES DE SOUZA	68 - CED 05 DE TAGUATINGA
28 - CED VALE DO AMANHECER	69 - CEM 01 DE SOBRADINHO
29 - CEM INTEGRADO A EDUC PROFISSIONAL DO GAMA	70 - CED 03 DO GUARA
30 - CED 01 DA ESTRUTURAL	71 - CEM 03 DO GAMA
31 - CEM JULIA KUBITSCHK	72 - CED DO LAGO NORTE
32 - CED DONA AMERICA GUIMARAES	73 - CED 123 DE SAMAMBAIA
33 - CED 01 DO RIACHO FUNDO II	74 - CED 07 DE CEILANDIA
34 - CED 310 DE SANTA MARIA	75 - CEM 10 DE CEILANDIA
35 - CED 14 DE CEILANDIA	76 - CEM 01 DO GAMA
36 - CEM 12 DE CEILANDIA	77 - CED TAQUARA
37 - CED 11 DE CEILANDIA	78 - CED 06 DE CEILANDIA
38 - CED 03 DE BRAZLANDIA	79 - CEM 304 DE SAMAMBAIA

DMU's

DMU's

39 - CEM 02 DE PLANALTINA	80 - CED 04 DO GUARA
40 - CED 01 DO GUARA	81 - CEM 03 DE CEILANDIA
41 - CEM 01 DO RIACHO FUNDO	82 - CED 08 DO GAMA

Fonte: Elaborada pelo autor

3.4. DEFINIÇÃO DOS *INPUTS* E *OUTPUTS* DO MODELO NDEA-SBM.

O conceito de eficiência está ligado com a utilização e a alocação dos recursos. Por isso, para se conseguir estimativas confiáveis no cálculo da eficiência, é preciso empregar indicadores que retratem, de forma crível, as características da função de produção educacional.

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

Portando, a partir dos indicadores educacionais disponíveis para mensurar os insumos e os produtos gerados pelas IPEM do Distrito federal, definiu-se a escolha dos *inputs* e *outputs* utilizados desconsiderando variáveis de cunho econômico, tais como: recursos recebidos pela escola e nível salarial do corpo docente e variáveis de cunho social com por exemplo: nível socioeconômico dos alunos. O quadro 2 apresenta a relação de variáveis de *input* e *output* selecionadas para a modelagem da fronteira de produção utilizando o NDEA-SBM.

Quadro 2 – Variáveis Utilizadas no Modelo

<i>Inputs</i>	<i>Outputs</i>
Média de alunos por turma	Nota do Enem
Média de horas aula	
Percentual de Docentes com Curso Superior	Taxa de Aprovação
Adequação da Formação Docente	
Regularidade do Corpo Docente	Taxa de não Abandono
Esforço Docente	
Indicador Sócio Econômico	Taxa de não Distorção
Taxa de Participação no Enem	

Fonte: Elaborada pelo autor

3.4.1. Outputs

Os produtos educacionais (*outputs*) selecionados representam indicadores de desempenho de ensino das instituições, aqui representados pela nota do Enem e pela taxa de aprovação e representam também a capacidade da instituição em manter os alunos na educação básica, que é representado pela taxa de não abandono.

A variável nota do Enem representa atualmente uma das principais métricas de avaliação da educação fornecida no ensino médio brasileiro, público ou privado, além de ser a principal ponte de transição entre o ensino básico e o ensino superior e, por esse motivo, foi selecionada como *output* para este trabalho. O valor da nota do Enem utilizada neste trabalho representa uma média aritmética simples das cinco notas que compõem o exame, conforme demonstrado na formula 26:

$$\text{Nota do Enem} = \frac{CHT + CNT + LCT + MATT + RED}{n} \quad (40)$$

Onde:

CHT - Ciências Humanas e suas Tecnologias

CNT - Ciências da Natureza e suas Tecnologias

LCT - Linguagens Códigos e suas Tecnologias

MATT - Matemática e suas Tecnologias

n – Numero de notas que compõem o Enem

A variável Taxa de Aprovação reflete o número percentual de estudantes que são aprovados no ensino médio nas escolas. Esta variável foi escolhida para compor este estudo pois representa o produto mínimo que se espera do sistema educacional.

Em relação a variável Taxa de não abandono ela foi obtida através do cálculo da inversa da Taxa de Abandono (que consta nos Indicadores Educacionais do INEP), conforme demonstrado na formula 27. A Taxa de não abandono foi escolhida como *output* nesse trabalho pois representa todos os estudantes (aprovados e reprovados)

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

matriculados no ensino médio, seriado e não seriado, que não deixaram de frequentar a escola.

$$\text{Taxa de não Abandono} = 100 - \text{Taxa de Abandono} \quad (41)$$

Já a variável Taxa de não distorção ela foi obtida através do cálculo da inversa da Taxa de distorção (que consta nos Indicadores Educacionais do INEP), conforme demonstrado na formula 28. A Taxa de não distorção foi escolhida como *output* nesse trabalho pois representa o percentual de estudantes matriculados no ensino médio, seriado e não seriado, em que a idade do aluno se adequa a serie que o mesmo está cursando.

$$\text{Taxa de não Distorção} = 100 - \text{Taxa de Distorção} \quad (42)$$

3.4.2. *Inputs*

Os insumos educacionais (*inputs*) são as variáveis que fazem possível os serviços ofertados pelas instituições de ensino. Por esse motivo tentou-se, dentro das fontes de dados utilizadas, selecionar as variáveis que melhor representassem os aspectos físicos, de disponibilidade e de qualidade necessárias para prestação do ensino. As variáveis Média de alunos por turma, Média de horas aula e Regularidade do Corpo Docente demonstram a capacidade e a disponibilidade do atendimento nas Instituições Públicas de Ensino Médio (IPEM), já as variáveis Percentual de Docentes com Curso Superior, Adequação da Formação Docente refletem o nível técnico da mão de obra e a qualidade do ensino oferecido aos alunos.

As variáveis (a) Média de alunos por turma, (b) Média de horas aula, (c) Percentual de Docentes com Curso Superior e (d) Regularidade do Corpo Docente, são variáveis que constam nos Indicadores Educacionais fornecidos pelo INEP e representam: (a) A razão entre o número de matrículas e o número de turmas; (b) Se trata de uma média aritmética ponderada, onde o fator de ponderação é a matrícula na data de referência do Censo Escolar, por série, grupos de séries e nível de ensino; (c) Expressa o grau de qualificação dos docentes com nível de formação de ensino superior em exercício; (d)

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

finalidade de avaliar a regularidade do corpo docente nas escolas de educação básica a partir da observação da permanência dos professores nas escolas nos últimos cinco anos.

Já as variáveis Adequação da Formação Docente e Esforço do Docente também constam nos Indicadores Educacionais fornecidos pelo INEP. Porém elas são apresentadas em vários níveis diferentes, conforme demonstram os quadros 3 e 4.

Quadro 3 - Adequação da Formação Docente

Grupos	Descrição
1	Docentes com formação superior de licenciatura na mesma disciplina que lecionam, ou bacharelado na mesma disciplina com curso de complementação pedagógica concluído.
2	Docentes com formação superior de bacharelado na disciplina correspondente, mas sem licenciatura ou complementação pedagógica.
3	Docentes com licenciatura em área diferente daquela que leciona, ou com bacharelado nas disciplinas da base curricular comum e complementação pedagógica concluída em área diferente daquela que leciona.
4	Docentes com outra formação superior não considerada nas categorias anteriores
5	Docentes que não possuem curso superior completo

Fonte: Elaborada pelo autor

Quadro 4: Esforço do Docente

Níveis	Descrição
1	Docente que tem até 25 alunos e atua em um único turno, escola e etapa.
2	Docente que tem entre 25 e 150 alunos e atua em um único turno, escola e etapa.
3	Docente que tem entre 25 e 300 alunos e atua em um ou dois turnos em uma única escola e etapa.
4	Docentes que tem entre 50 e 400 alunos e atua em dois turnos, em uma ou duas escolas e em duas etapas.

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

5	Docente que tem mais de 300 alunos e atua nos três turnos, em duas ou três escolas e em duas etapas ou três etapas.
6	Docente que tem mais de 400 alunos e atua nos três turnos, em duas ou três escolas e em duas etapas ou três etapas.

Fonte: Elaborada pelo autor

Para utiliza-las neste trabalho foi realizado uma agregação destas variáveis levando em consideração os grupos e/ou níveis que representavam o maior peso. Desta forma as variáveis Adequação da Formação Docente e Esforço do Docente podem ser representadas da seguinte forma:

$$\text{Adequação da Formação Docente} = \text{Grupo1} + \text{Grupo3} \quad (43)$$

e

$$\text{Esforço do Docente} = \text{Nivel3} + \text{Nivel4} \quad (44)$$

Sendo assim a variável Adequação da Formação Docente passa agora a representar os docentes com formação superior em licenciatura e a variável Esforço do Docente representa os docentes que lecionam para 25 a 400 alunos, atua em um ou dois turnos, em uma ou duas escolas e em uma ou duas etapas.

A variável Taxa de participação no Enem é fornecida pelo sistema Enem e diz respeito ao percentual de alunos matriculados, dentre aqueles que poderiam fazer a prova, que compareceram ao exame. A variável Indicador sócio econômico é uma variável que foi retirada do sistema Enem, porém ela é dada de forma categórica, por esse motivo foi necessário realizar uma transformação para atribuir valor quantitativo a esta variável.

A transformação realizada consistiu em atribuir valor de 1 a 7 de acordo com as classes apresentadas no sistema Enem, tendo em vista que mesmo sendo categórica a variável Indicador sócio econômico apresenta uma hierarquia, portanto, os valores atribuídos a 1 representam o menor nível e os valores 7 o maior nível. Após atribuir os valores foi realizada uma normalização simples para inserir a variável no range de 0 a 1, onde 0 representa as escolas com nível sócio econômico baixo e 1 as escolas que apresentam o nível sócio econômico muito alto.

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

Após escolhidas as DMUs e o modelo a ser utilizado, define-se agora o período de análise da mensuração de eficiência. O critério para a definir o período foi baseado pela disponibilidade de dados dos indicadores utilizados no trabalho. Desta forma, o período analisado foi o de 2015.

4 RESULTADOS

Utilizando o software *MaxDea* na versão *Basic* foi estimado o modelo NDEA-SBM de dois estágios orientado ao produto (*output-oriented*) sob a hipótese VRS do qual se obteve os resultados demonstrados na Tabela 2.

Tabela 2 - *Scores* de Eficiência Educacional das Instituições Públicas de Ensino Médio (IPEM) do Distrito Federal Sob o Modelo NDEA-SBM-VRS

DMU's	Nível Sócio Econômico	Complexidade da Gestão	Score do 1º estágio	Score do 2º estágio	Score Final
CED PROF CARLOS RAMOS MOTA	Médio Alto	Nível 6	1.000	1.000	1.000
CED OSORIO BACCHIN	Médio Alto	Nível 3	1.000	1.000	1.000
CED DO PAD-DF	Médio	Nível 6	1.000	1.000	1.000
DMU's	Nível Sócio Econômico	Complexidade da Gestão	Score do 1º estágio	Score do 2º estágio	Score Final
CED 01 DO CRUZEIRO	Médio Alto	Nível 2	1.000	1.000	1.000
CEM 01 DE SAO SEBASTIAO	Médio	Nível 4	1.000	1.000	1.000
COL MILITAR DOM PEDRO II	Muito alto	Nível 4	1.000	1.000	1.000
CEM INTEGRADO A EDUC PROFISSIONAL DO GAMA	Alto	Nível 2	1.000	1.000	1.000
CEM SETOR OESTE	Alto	Nível 5	0.986	1.000	0.986
CEM 404 DE SANTA MARIA	Médio	Nível 5	0.979	1.000	0.979
CED MYRIAM ERVILHA	Médio Alto	Nível 6	0.969	1.000	0.969

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

CED AGROURBANO IPE RIACHO FUNDO	Médio Alto	Nível 6	0.966	1.000	0.966
CED 11 DE CEILANDIA	Médio Alto	Nível 6	1.000	0.952	0.952
CED IRMA MARIA REGINA VELANES REGIS	Médio Alto	Nível 6	0.929	1.000	0.929
CED INCRA 08	Médio Alto	Nível 4	1.000	0.924	0.924
CEM SETOR LESTE	Alto	Nível 3	0.934	0.988	0.923
CEM 12 DE CEILANDIA	Médio	Nível 4	0.953	0.967	0.922
CED 04 DE SOBRADINHO	Médio	Nível 6	1.000	0.921	0.921
CED 02 DO CRUZEIRO	Médio Alto	Nível 4	0.910	1.000	0.910
CEM 03 DE TAGUATINGA	Médio Alto	Nível 3	0.956	0.947	0.905
CEM 09 DE CEILANDIA	Médio Alto	Nível 5	1.000	0.898	0.898
CED 15 DE CEILANDIA	Médio	Nível 4	0.896	1.000	0.896
CED STELLA DOS CHERUBINS GUIMARAES TROIS	Médio Alto	Nível 5	0.895	1.000	0.895
CEM ELEFANTE BRANCO	Médio Alto	Nível 3	0.889	1.000	0.889
CED 06 DE TAGUATINGA	Médio Alto	Nível 5	0.888	1.000	0.888
CED 619 DE SAMAMBAIA	Médio	Nível 6	0.976	0.907	0.885
CEM JULIA KUBITSCHK	Alto	Nível 6	0.883	1.000	0.883
CED 14 DE CEILANDIA	Médio Alto	Nível 5	0.972	0.908	0.882
CEM 804 DO RECANTO DAS EMAS	Médio	Nível 4	0.935	0.942	0.881
CED 310 DE SANTA MARIA	Médio	Nível 4	1.000	0.880	0.880
CEM PAULO FREIRE	Médio Alto	Nível 3	0.947	0.927	0.878
CEM 01 DO RIACHO FUNDO	Médio Alto	Nível 4	0.909	0.955	0.869
CED 07 DE TAGUATINGA	Médio Alto	Nível 2	0.889	0.975	0.867
CEM AVE BRANCA	Médio Alto	Nível 4	0.937	0.924	0.866
CEM 01 DO NUCLEO BANDEIRANTE	Médio Alto	Nível 5	0.910	0.948	0.863
CEM TAGUATINGA NORTE	Médio Alto	Nível 3	0.964	0.895	0.863
CED 01 DO RIACHO FUNDO II	Médio Alto	Nível 5	0.924	0.933	0.862
CED 01 DE PLANALTINA	Médio Alto	Nível 5	0.923	0.930	0.859
CED 03 DE PLANALTINA	Médio Alto	Nível 6	0.931	0.917	0.854
CED 104 DO RECANTO DAS EMAS	Médio Alto	Nível 4	0.903	0.938	0.847

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

DMU's	Nível Sócio Econômico	Complexidade da Gestão	Score do 1º estágio	Score do 2º estágio	Score Final
CED VARZEAS	Médio	Nível 4	1.000	0.839	0.839
CED VALE DO AMANHECER	Médio	Nível 6	1.000	0.838	0.838
CEM 02 DE PLANALTINA	Médio Alto	Nível 5	0.859	0.975	0.838
CED DO LAGO	Médio Alto	Nível 5	0.845	0.989	0.835
CED DONA AMERICA GUIMARAES	Médio	Nível 6	0.937	0.889	0.833
CED 02 DO GUARA	Alto	Nível 4	0.876	0.940	0.824
CED 06 DO GAMA	Médio Alto	Nível 4	0.942	0.873	0.822
CED 416 DE SANTA MARIA	Médio Alto	Nível 4	0.885	0.926	0.820
CEM 111 DO RECANTO DAS EMAS	Médio	Nível 5	0.847	0.967	0.820
CEM 417 DE SANTA MARIA	Médio Alto	Nível 4	0.867	0.940	0.815
CED 03 DE SOBRADINHO	Alto	Nível 4	0.888	0.915	0.812
CEM 02 DE CEILANDIA	Médio Alto	Nível 4	0.850	0.952	0.809
CEM ASA NORTE - CEAN	Alto	Nível 3	0.892	0.906	0.808
CEM EIT	Médio Alto	Nível 5	0.904	0.894	0.808
CEM 414 DE SAMAMBAIA	Médio Alto	Nível 4	0.882	0.908	0.800
CED 123 DE SAMAMBAIA	Médio	Nível 6	0.887	0.902	0.800
CED 01 DO GUARA	Médio Alto	Nível 6	0.900	0.883	0.795
CED SAO FRANCISCO	Médio Alto	Nível 4	0.876	0.900	0.789
CEM 03 DO GAMA	Médio Alto	Nível 5	0.931	0.844	0.786
CEM 04 DE CEILANDIA	Médio Alto	Nível 5	0.850	0.917	0.779
CED 02 DE SOBRADINHO	Médio Alto	Nível 6	0.903	0.857	0.774
CEM 01 DE BRAZLANDIA	Médio Alto	Nível 3	0.899	0.859	0.772
CEM 01 DE SOBRADINHO	Médio Alto	Nível 5	0.902	0.853	0.770
CED TAQUARA	Médio	Nível 4	0.884	0.868	0.768
CED 04 DO GUARA	Médio	Nível 6	0.940	0.816	0.767
CED 05 DE TAGUATINGA	Médio Alto	Nível 4	0.901	0.846	0.762
CED 03 DE BRAZLANDIA	Médio	Nível 5	0.903	0.844	0.762

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

CEM 304 DE SAMAMBAIA	Médio	Nível 5	0.925	0.822	0.760
CED 04 DE TAGUATINGA	Médio Alto	Nível 4	0.819	0.926	0.759
CEM 01 DO GAMA	Médio Alto	Nível 5	0.912	0.823	0.751
CED DARCY RIBEIRO	Médio Alto	Nível 4	0.746	1.000	0.746
CEM 02 DO GAMA	Médio Alto	Nível 4	0.830	0.891	0.740
CED 06 DE CEILANDIA	Médio Alto	Nível 5	0.936	0.788	0.737
CED 07 DE CEILANDIA	Médio	Nível 6	0.859	0.855	0.734
CEM 01 DO PARANOIA	Médio	Nível 4	0.784	0.934	0.732
CED 03 DO GUARA	Alto	Nível 4	0.812	0.882	0.716
CEM 03 DE CEILANDIA	Médio	Nível 5	0.907	0.773	0.701
CEM 10 DE CEILANDIA	Médio Alto	Nível 4	0.818	0.850	0.696
CED DO LAGO NORTE	Médio Alto	Nível 6	0.752	0.886	0.667
CED 08 DO GAMA	Médio Alto	Nível 4	0.851	0.767	0.653
DMU's	Nível Sócio Econômico	Complexidade da Gestão	Score do 1º estágio	Score do 2º estágio	Score Final
CEM POMPILIO MARQUES DE SOUZA	Médio Alto	Nível 4	0.770	0.808	0.622
CED GISNO	Médio Alto	Nível 6	0.850	0.656	0.558
CED 01 DA ESTRUTURAL	Médio	Nível 6	0.483	1.000	0.483

Fonte: Elaborada pelo autor

A tabela acima nos traz os *scores* para cada um dos estágios definidos e o *score* final, para cada DMU selecionada. Para este trabalho se optou por utilizar dois estágios para a estimar a eficiência das Instituições Públicas de Ensino Médio do Distrito Federal. No primeiro estágio se utilizou como *inputs* 4 variáveis sendo elas o Indicador Sócio Econômico, o Percentual de Docentes com Curso Superior, a Média de Alunos por Turma e a Regularidade do Corpo Docente. Como produto resultante desses insumos foram selecionadas 2 variáveis a Taxa de não Abandono e a Taxa de não Distorção. As variáveis selecionadas nesse estágio buscam demonstrar não somente a capacidade das Instituições Públicas de Ensino Médio em manter os estudantes dentro da escola, mas também a capacidade dessas instituições em cumprir a adequação idade serie de seus estudantes.

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

Analisando os resultados dos *scores* do 1º estágio temos 17,07% das DMU's na fronteira de eficiência o que representa 14 escolas das 82 analisadas, distribuídas por região da seguinte forma: 3 em Planaltina, 2 em Sobradinho, 2 na Ceilândia, 1 em Brasília, 1 no Cruzeiro Velho, 1 no Paranoá, 1 no Gama, 1 em Santa Maria, 1 em São Sebastião e 1 em Brazlândia. As demais DMU's estão localizadas nos seguintes *ranges*: 42,68% entre os *scores* 0.90 a 0.99 o que em números absolutos representa 35 DMU's, 34,14% entre os *scores* 0.80 a 0.89 o que equivale a 28 DMU's, 4,88% localizadas entre os *scores* 0.70 a 0.79 representando 4 DMU's e uma instituição de ensino, CED 01 DA ESTRUTURAL, localizada no *score* 0.483, que representa 1,22% das DMU's analisadas.

No segundo estágio se utilizou como *inputs* 4 variáveis sendo elas a Adequação da Formação Docente, a Taxa de Participação no ENEM, a Média de Horas Aula e o Esforço Docente. Como produto resultante desses insumos foram selecionadas 2 variáveis a Taxa de Aprovação e a Nota do Enem. As variáveis selecionadas nesse estágio buscam demonstrar o nível técnico do ensino oferecido pelas escolas e a capacidade das instituições em cumprir sua tarefa principal que é a de formar os estudantes matriculados.

A análise dos *scores* obtidos na modelagem do segundo estágio nós mostra um aumento no número de DMU's na fronteira que passaram a representar 24,40% ou 20 instituições. Porém vale evidenciar que das 14 DMU's que estavam presentes na fronteira de eficiência no primeiro estágio somente 7 instituições de ensino se mantiveram na fronteira no segundo estágio sendo elas: CED PROF CARLOS RAMOS MOTA; CED OSORIO BACCHIN; CED DO PAD-DF; CED 01 DO CRUZEIRO; CEM 01 DE SAO SEBASTIAO; COL MILITAR DOM PEDRO II; CEM INTEGRADO A EDUC PROFISSIONAL DO GAMA.

As DMU's na fronteira do segundo estágio estão distribuídas da seguinte forma nas regiões do Distrito Federal: 2 na Asa Sul, 2 no Paranoá, 2 em Planaltina e Brasília; Brazlândia; Candangolândia; Ceilândia; Cruzeiro Novo; Cruzeiro Velho; Gama; Riacho Fundo II; Samambaia; Santa Maria; São Sebastião; Sobradinho; Taguatinga; Vila Estrutural com uma DMU cada. As demais DMU's estão localizadas nos seguintes *ranges*: 40,24% entre os *scores* 0.90 a 0.99 ou 33 DMU's, 30,49% entre os *scores* 0.80 a 0.89 o que equivale a 28 DMU's, 3,66% localizadas entre os *scores* 0.70 a 0.79

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

representando 3 DMU's e uma instituição de ensino, CED GISNO, localizada no *score* 0.558, que representa 1,22% das DMU's analisadas.

Os *scores* finais apresentados na tabela 2 representam os níveis globais de eficiência para as DMU's selecionadas. Conforme mencionado anteriormente na abordagem do NDEA-SBM uma DMU só será global eficiente se obtiver em todos os estágios *score* igual a 1. Com base nesta condição, os resultados da modelagem NDEA-SBM para os *scores* finais nós apresenta 7 DMUS's globalmente eficientes que representam 8,54% das escolas analisadas, 12 DMU's (14,63% das instituições) se encontram entre os *scores* 0.90 a 0.99, 35 DMU's (42,68% das instituições) se localizam entre os *scores* 0.80 a 0.89, 22 DMU's (26,83% das instituições) se localizam entre os *scores* 0.70 a 0.79, 4 DMU's (4,88% das instituições) se localizam entre os *scores* 0.60 a 0.69, uma DMU com *score* 0.558 (1,22% das instituições) e uma DMU com *score* 0.483 (1,22% das instituições).

Sobre os resultados vale ressaltar que dada à utilização da hipótese de VRS, pode haver DMUs globalmente eficientes não por suas práticas, mas provavelmente por apresentarem apenas o menor e/ou maior valor para um *input* ou *output* em algum dos estágios o que torna a DMU eficiente por default. Para obter mais esclarecimentos sobre eficiência técnica e de escala em modelos NDEA ver Lozano (2011).

A decomposição aditiva possibilitou encontrarmos eficiências que eram não aparentes. Mesmo não sendo consideradas globalmente eficientes, vinte DMU's, em pelo menos um estágio, apresentaram *score* igual a 1. São elas: 7 DMU's eficientes no primeiro estágio (CED 11 DE CEILANDIA, CED INCRA 08, CED 04 DE SOBRADINHO, CEM 09 DE CEILANDIA, CED 310 DE SANTA MARIA, CED VARZEAS, CED VALE DO AMANHECER) e no segundo estágio 13 DMU's eficientes (CEM SETOR OESTE, CEM 404 DE SANTA MARIA, CED MYRIAM ERVILHA, CED AGROURBANO IPE RIACHO FUNDO, CED IRMA MARIA REGINA VELANES REGIS, CED 02 DO CRUZEIRO, CED 15 DE CEILANDIA, CED STELLA DOS CHERUBINS GUIMARAES TROIS, CEM ELEFANTE BRANCO, CED 06 DE TAGUATINGA, CEM JULIA KUBITSCHK, CED DARCY RIBEIRO, CED 01 DA ESTRUTURAL). Dentre as DMU's ineficientes com *score* global inferior a 0.80

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

nenhumas delas foi eficiente no primeiro estágio, o que pode indicar que a eficiência em todo o processo parece estar relacionada ao desempenho no 1º estágio.

A decomposição aditiva pode se tornar especialmente útil para as DMUs ineficientes, pois ajuda na identificação das fontes de ineficiência, servindo como um guia para a formulação de políticas de gestão. Por exemplo, uma escola ineficiente apenas no primeiro estágio pode maximizar ao menos uma de suas saídas para se tornar mais eficiente, sem a obrigatoriedade de manter os mesmos níveis dos insumos intermediários, tendo em vista que utilizamos uma abordagem não-radial, orientada a *output*. O mesmo pode ser aplicado para as empresas ineficientes só no segundo estágio. Além do mais, quando uma escola é ineficiente em mais de um estágio, quanto menor a pontuação do *score* em um estágio específico, mais ela pode contribuir para que se melhore o desempenho global. Dessa forma, quanto pior o *score* em um estágio, maior será o esforço que a escola deve empreender para elevar o desempenho naquela etapa específica.

5 CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta a primeira estimação da fronteira de eficiência técnica educacional das Instituições Públicas de Ensino Médio do Distrito Federal através da aplicação da técnica não paramétrica de análises NDEA-SBM. Para isso, foram considerados *inputs* e *outputs* que com base nos dados disponíveis, representam da melhor forma a função de produção educacional.

O modelo foi estimado levando em conta 82 Instituições Públicas de Ensino Médio das quais 7 se encontram na fronteira de eficiência número que representa 8,54% das instituições analisadas. Essas DMU's têm como característica em comum estarem presentes na fronteira de eficiência em ambos os estágios o que as torna globalmente eficientes. A análise dos resultados ainda nos mostra que dentre as DMU's ineficientes 20 delas foram eficientes em pelo menos um dos estágio e que 18 delas apresentaram *score* global acima de 0.80, já as duas escolas com *score* global abaixo de 0.80 se mostraram eficientes apenas no segundo estágio. Se compararmos estas instituições com as duas últimas que estão acima do *score* global 0.80 veremos que a única diferença é que as duas últimas que estão acima do *score* global 0.80 foram eficientes no primeiro estágio

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

o que pode indicar que a eficiência de todo o processo pode ter relação com o desempenho obtido no 1º estágio.

Como este trabalho representa a primeira aplicação da metodologia da Análise Envoltória de Dados - DEA as Instituições Públicas de Ensino Médio do Distrito Federal sugerem-se que futuros trabalhos abordem o tema sob a ótica dos modelos NDEA dinâmicos (Tone e Tsutsui, 2014) que busca adicionar transito de atividades a modelagem e desta forma permite que a avaliação da eficiência possa ser alcançada para um período específico tendo como base a otimização de longo prazo do período total.

6 REFERÊNCIAS

BANKER, R. D.; CHARNES, A.; COOPER, W. W. Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, vol. 30, pp. 1078-1092, 1984.

BECKER, J. L.; LUNARDI, G. L.; MAÇADA, A. C. G. Análise de eficiência dos Bancos Brasileiros: um enfoque nos investimentos realizados em Tecnologia de Informação (TI). *Produção*, v. 13, n. 2, 2003.

BIONDI NETO, Luiz. Neuro – DEA: Nova Metodologia para Determinação da Eficiência Relativa de Unidades Tomadoras de Decisão. Rio de Janeiro, 2001. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Engenharia de Produção, Universidade Federal do Rio de Janeiro.

BRASIL. Lei Nº 13.005, de 25 de junho de 2014. Aprova o Plano Nacional de Educação - PNE e dá outras providências. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/CCIVIL_03/ Ato2011-2014/2014/Lei/L13005.htm. Acesso em: 06 nov. 2017.

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. Measuring the efficiency of decision-making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429-444, 1978.

CORREIA, T; SOARES DE MELLO, J; MEZA, L. Eficiência técnica das companhias aéreas brasileiras: um estudo com análise envoltória de dados e conjuntos nebulosos. *Revista Produção*, vol. 21, nº 4, pp. 676 –683, Rio de Janeiro, 2011.

DANTZING, G. B. Maximization of a linear function of variables subject to linear inequalities. In: KOOPMANS, T. C. (Ed.). *Activity analysis of production and allocation*. New York :Wiley, 1951.

DE KETELE, J. M.; SALL, H. N. Evaluation du rendement des systèmes éducatifs: apports des concepts d'efficacité, d'efficience et d'équité. *Mesure et Evaluation en Education*, Quebec, v. 19, n. 3, p. 119-142, 1997.

FARRELL, M.J. The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society*, Londres, v. 120, n. 3, p. 252-290, 1957.

Fried, H. O. & Lovell, C. A. K. (1996), 'Searching for the zeds', II Georgia Productivity Workshop.

Fried, H. O., Lovell, C. A. K., Schmidt, S. S. & Yaisawarng, S. (2002), 'Accounting for environmental effects and statistical noise in data envelopment analysis'.

LEGENDRE, R. *Dictionnaire actuel de l'éducation*. 2. ed. Montréal: Guérin, 2005.

LINS, M.P.E.; ANGULO-MEZA, L. *Análise Envoltória de Dados e perspectivas de integração no ambiente de Apoio à Decisão*. Rio de Janeiro: Editora da COPPE/UFRJ, 2000.

Cadernos de Finanças Públicas Vol 18, nº 3 (set-dez/2018)

LOVELL, K. Production Frontiers and Productive Efficiency. In: Fried, Lovell & Schmidt. The Measurement of Productive Efficiency: Techniques and Applications. Oxford University Press, 1993.

LOZANO, S.(2011). Scale and cost efficiency analysis of networks of processes. Expert Systems with Applications, 38 (6), 6612-6617.

SENRA, L.F.A.C., Nanci, L.C., Soares de Mello, J.C.C.B. and Angulo-Meza, L. (2007) Estudo sobre métodos de seleção de variáveis em DEA, Pesquisa Operacional, Vol 27, No 2, pp. 191-207.

SOUSA, M; SCHWENGBER, S. Efficiency Estimates for Judicial Services in Brazil: Nonparametric FDH and the Expected Ordem-M Efficiency Scoresfor Rio Grande do Sul Court. XXXIII Encontro Nacional de Economia da ANPEC, 2005.

TONE, K. A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis. European Journal of Operational Research, n. 130, p. 498-509, 2001.

TONE, K.; TSUTSUI, M. (2009). Network DEA: a slacks-based measure approach. European Journal of Operational Research, 197(1), 243-252.

TONE, K.; TSUTSUI, M. (2014). Dynamic DEA with network structure: A slacks-based measure approach. Omega (United Kingdom), 42(1), 124-131.